

Sous les Chemises, la Symétrie...

Serge Galam

Laboratoire des Milieux Désordonnés et Hétérogènes*,

Tour 13 - Case 86, 4 place Jussieu,

75252 Paris Cedex 05, France

(galam@ccr.jussieu.fr)

Pour La Science (Paris)

Hors série

“Les Symétries du Monde”,

16-19, Juillet 1998

*Laboratoire associé au CNRS (UMR n° 7603)

L'apparition spontanée de l'ordre dans la matière résulte de brisures de symétrie. Comment l'état collectif d'un système passe-t-il d'une symétrie à une autre, comment brise-t-il sa symétrie ? C'est ce que nous allons voir, à travers une métaphore de chemises et de couleurs.

Le phénomène de brisure spontanée de symétrie est un mécanisme essentiel de la physique des comportements collectifs dans la matière. Il est à l'origine de l'existence de structures ordonnées, à partir desquelles apparaissent de nombreuses propriétés physiques, inexistantes au niveau de l'atome ou de la molécule isolée. Il marque une transition entre un état collectif de symétrie élevée (comme un liquide, symétrique par toutes translations et rotations continues) et un état ordonné, de symétrie moindre (comme un cristal, symétrique par rapport à seulement certaines translations et rotations discontinues). Citons par exemple, l'aimantation d'un système magnétique (la capacité d'un aimant à attirer un clou), la supraconductivité d'un alliage (la conduction d'électricité sans aucune perte d'énergie), et aussi peut-être, la création de l'univers (séparation de la matière de l'anti-matière, lors du Big Bang).

Plus communément, la brisure spontanée de symétrie est responsable des aspects très différents, sous lesquels on peut trouver une même et unique substance : ainsi, l'eau peut être liquide, solide quand elle est glace, ou gazeuse quand elle est vapeur. Autre exemple : le fer peut être en phase paramagnétique (les moments magnétiques atomiques sont désordonnés), ou

dans la phase ferromagnétique de l'aimant (tous les moments magnétiques atomiques pointent dans la même direction).

Pour décrire les brisures de symétrie et leur dynamique, utilisons une métaphore sociale : au lieu d'atomes portant des moments magnétiques, imaginons des individus portant des chemises de couleurs différentes.

La chemise fait le moine.

Observons le comportement d'une population de N personnes, chacune isolée dans une chambre, avec à sa disposition une chemise verte et une rouge. Chaque personne choisit la chemise de son got, sans connaître le choix des autres. Vu de l'extérieur, ce choix est aléatoire comme l'est le résultat pile ou face du lancer d'une pièce de monnaie. Lorsque chacun a fait son choix, nous obtenons une configuration particulière de la distribution des couleurs. Chacun pouvant faire deux choix, indépendamment du choix des autres, nous avons 2^N configurations possibles. Ce nombre croît très vite avec le nombre de personnes N . D'une dizaine (16) pour $N=4$, il dépasse déjà le million (1 048 576) pour $N=20$ (songez qu'il y a environ 10^{22} molécules dans un gramme d'eau).

Si N est assez grand, la plupart des configurations ont le même nombre de chemises rouges et vertes (bien que chaque configuration soit équiprobable). L'état obtenu est symétrique en moyenne, par rapport à l'échange des couleurs verte et rouge.

Une fois les choix individuels réalisés, nous supprimons tous les murs :

chaque personne voit la couleur de la chemise de ses voisins, et seulement de ses voisins. Supposons maintenant que chaque individu ait une tendance extrême à l'imitation, et replaçons les murs pour permettre à chacun de refaire un choix de couleur : chaque individu souhaite porter la couleur de chemise que la majorité de ses voisins portait, et à partir de ce qu'il a vu, décide de garder la même chemise, ou d'en changer. Nous retirons de nouveau les murs, et tout un chacun observe ses voisins. Puis nous remettons les murs, et une autre réactualisation de couleur se fait, et ainsi de suite un certain nombre de fois.

Nous imaginons assez bien que l'on va assister à des changements, apparemment désordonnés, et intempestifs de couleur de chemises. Mais au bout d'un certain temps, soudainement, comme par miracle, tout le monde va porter la même couleur. À ce stade, le phénomène est similaire à l'effet de mode bien connu en sociologie. Mais ce processus a toutefois quelque chose de surprenant, car au début, on va voir se former de ci de là, des petits groupes homogènes d'une seule couleur, certains en rouge, d'autres en vert. Mais localement, à la frontière de ces groupes, il y aura comme des luttes d'expansion d'un groupe au détriment d'un autre, tantt le rouge, tantt le vert. Cependant, petit à petit, inexorablement, un de ces petits groupes, apparemment comme les autres, va se mettre à croître, au delà de la taille moyenne des autres groupes, et cela, sans qu'on sache trop pourquoi. Mais alors, il va s'étendre, et très vite, de façon irréversible à toute l'assemblée.

D'un coup tout le monde portera la même couleur, et n'en changera plus.

Si l'expérience est répétée, on retrouvera le même effet d'une couleur unique, mais la couleur collectivement choisie sera tantt le rouge, tantt le vert. On constate donc, à ce stade, que l'interaction visuelle entre voisins uniquement, suffit à produire un ordre de couleur, qui s'étend à l'ensemble du groupe, donc bien au delà des proches voisins que chacun voit. Mais simultanément, le choix de la couleur semble arbitraire. Parfois c'est le vert qui l'emporte, et parfois c'est le rouge.

Ce phénomène d'uniformisation est ce qu'on appelle en physique une brisure spontanée de symétrie. Elle se produit dès que l'on introduit des interactions à courte portée, entre éléments de même nature, par exemple, dans un système de moments magnétiques (qu'on appelle des spins). À température nulle, ceux-ci vont tous s'aligner parallèlement (c'est le ferromagnétisme) sans exception, mais dans une direction, elle, prise au hasard. On a donc un effet de propagation spontané d'un ordre à longue distance, dans la direction des spins, alors que les interactions entre ces mêmes spins, ne sont qu'à courte distance.

C'est en fait, pour diminuer son énergie interne, que le système dans son ensemble, va sélectionner un seul état au hasard, au détriment de tous les autres états possibles. L'état collectif est donc "totalitaire", avec un seul et unique état pour tout le monde, sans aucune exception. Dans notre exemple de chemises, lorque la symétrie de couleur est brisée, on n'y voit que du vert,

ou que du rouge.

En physique, cela n'est cependant vrai, que si la température du système reste nulle. Dès qu'elle est différente de zéro, les choses se compliquent, avec une réintroduction partielle d'états, auparavant exclus. La température va favoriser un "non-conformisme individuel" avec une augmentation des énergies locales correspondantes. Un spin va pouvoir ainsi s'orienter dans une direction différente de celle de la majorité de ses voisins. On dit en physique que le spin est "excité".

La possibilité, pour un spin d'être excité, est de nature probabiliste. C'est à dire qu'à chaque configuration locale dans l'orientation respective de ses voisins est associée une probabilité d'occurrence dont l'amplitude dépend de la valeur de la température. Celle-ci introduit donc la possibilité statistique d'avoir de ci de là, une configuration locale de spins dont les orientations respectives non seulement ne minimisent pas l'énergie interne, mais au contraire peuvent même la maximiser. Cela dans le cadre Boltzmanien d'une description statistique de la température.

La notion de probabilité introduit une dynamique dans la distribution de ces configurations d'énergie non-minimisée, leur durée de vie étant alors finie. Cela signifie que ce ne sont pas toujours les mêmes spins qui sont excités au cours du temps. Le désordre se déplace, il est "mobile". Il va donc y avoir une compétition constante entre l'ordre collectif, issu de la brisure spontanée de symétrie, et ce désordre local produit par la température. L'équilibre des

deux étant directement régi par la valeur de cette même température.

Pour mieux comprendre ce phénomène, revenons à notre monde de chemises à deux couleurs, où la symétrie a été brisée, disons vers le rouge. Automatiquement, plus personne alors, n'achètera de chemise verte, et très vite, le marché va se saturer avec des ventes de chemise qui vont stagner. Pour les faire repartir, avec des ventes de chemises vertes, les vendeurs vont penser à baisser le prix du vert par rapport au rouge. Et naturellement, par souci d'économie, cette baisse de prix va tenter un certain nombre de personnes. Mais alors, en portant leur chemise verte, ils devront assumer une certaine tension avec leurs voisins en rouge, qui critiqueront leur "différence". On peut donc imaginer qu'une personne donnée, portera sa chemise verte, seulement de temps en temps, pour ne pas toujours être hors norme, en opposition au groupe, tout en faisant des économies. Et le marché des chemises se portera mieux.

Par contre, si le prix du vert baisse encore, la récompense de la marginalisation étant plus grande, les marginaux augmenteront automatiquement. Ce qui mécaniquement, conduira plusieurs chemises vertes à se retrouver par hasard, cte à cte, diminuant du même coup, la tension sociale locale contre le vert. Les marginaux seront donc, de moins en moins marginaux par leur augmentation. À un certain niveau de prix de la chemise verte, il y aura suffisamment de gens en vert, pour que la tension sociale disparaisse, et seul persiste l'intérêt financier. Alors très vite, tout le monde portera une chemise

verte.

Les vendeurs de chemises auront donc réussi à changer la couleur du groupe, mais avec de nouveau une saturation du marché, et en plus, avec un profit moindre, puisque le vert est moins cher que le rouge. Ce phénomène de basculement s'appelle une transition de phase du premier ordre. Et la différence de prix entre les couleurs est ce que l'on appelle en physique, un champ extérieur qui “brise la symétrie”. Pour un système de spins, ce sera un champ magnétique uniforme appliqué dans une direction précise. En fait un tout petit champ suffit, à déterminer la couleur de tout le monde, mais cela prendra plus de temps. Les vendeurs n'ont donc pas besoin, en fait, de beaucoup baisser le prix du vert pour que la nouvelle mode totalitaire ne devienne le vert.

Une telle situation n'était pas très avantageuse pour les vendeurs de chemises. Ils vont donc adopter une autre stratégie, pour éviter le basculement précédent. Maintenant, à partir de l'état saturé, disons en rouge, ils vont faire des soldes, mais cette fois, simultanément sur le vert et le rouge. Cela pour ne pas briser, par les soldes, la symétrie entre les deux couleurs. Ainsi la brisure spontanée de la symétrie initiale vers le rouge sera maintenue malgré les soldes.

Pour toucher plus de monde, ils vont également changer constamment les points de soldes, qui seront donc volants. Ce sera toujours sur les deux couleurs, mais à des endroits différents, et pour un temps donné. Ainsi,

au hasard de ces soldes mobiles, dans l'espace et dans le temps, les gens achèterons, des chemises des deux couleurs, par économie et par conformisme. Cependant ils porteront plus souvent le rouge que le vert, puisque le rouge était et donc reste majoritaire. Cette fois-ci on a pas de basculement d'une couleur dans une autre, mais bien une atténuation de la couleur dominante. Il y a des fluctuations de couleurs.

Prenons un autre exemple, celui de la conduite automobile. À l'époque des premières voitures, il n'y avait pas de code de la route, et la circulation se faisait selon l'envie et le bon vouloir de chacun des très rares propriétaires de voitures. On roulait donc, à gauche, à droite ou au milieu. Lorsque deux voitures se retrouvaient face à face, les deux conducteurs se mettaient d'accord sur la façon de se contourner mutuellement.

Mais lorsque le nombre de véhicules a augmenté au point d'avoir un grand nombre de rencontres nez à nez, le trafic s'en est trouvé interrompu, et les chauffeurs ont du se mettre d'accord sur un choix de circulation, soit à droite, soit à gauche. Le choix était arbitraire quant à son efficacité. La France a choisit la droite, l'Angleterre la gauche, prouvant bien que l'un et l'autre choix étaient possibles. Ceci est une donc une "brisure de la symétrie" qui existait initialement, pour quelques voitures isolées, mais qui a été supprimé au profit d'une efficacité collective. On peut schématiser la situation par les voies à ligne jaune continue.

Ensuite les voitures ont commencé à avoir des vitesses très différentes, et

l'impossibilité de doubler est devenue un frein à l'efficacité précédente. On est alors passé à la ligne jaune pointillée, qu'on peut franchir mais pour un temps court. On a ainsi rétabli la symétrie qui existait initialement, mais de façon sporadique et transitoire, pour de nouveau augmenter l'efficacité du système. on a donc l'existence d'un certain désordre dans la conduite.

La question se pose alors de savoir, jusqu'où peut aller l'introduction de ce désordre local, dans l'ordre initial. En termes physiques, que se passe-t-il lorsqu'on augmente de plus en plus la température ?

Dans le cas des chemises, l'analogie de la température est l'amplitude des soldes simultanées sur le rouge et le vert, par rapport au prix de référence. Pour de petites baisses, les gens porteront plus souvent, la couleur dominante. Mais plus la baisse sera importante, plus ils porteront les deux couleurs indifféremment, et aussi souvent l'une que l'autre. Les fluctuations de couleurs auront alors énormément augmentées. Dans ce cas, le système subit encore, une transition de phase, mais cette fois, de nature différente de la précédente, car ici, la symétrie initialement présente entre les couleurs, a été rétablie collectivement. Ce type de transition est qualifiée du deuxième ordre, par rapport à la précédente, dite du premier ordre. Dans le premier cas, on a eu, à un certain moment, un basculement brutal de l'état collectif du système, alors que pour une transition du deuxième ordre, le changement se fait de façon continue, mais avec beaucoup de fluctuations.

Après la transition, on a une répartition équilibrée des couleurs. C'est ce

qu'on appelle en physique une phase désordonnée, c'est à dire une phase, où la brisure de symétrie a disparue. Mais attention dans une telle phase, les corrélations de choix de couleur, entre les individus n'ont pas disparues pour autant. Il reste autant de chemises vertes que de rouges, avec toujours une tendance local à l'uniformisation, mais qui maintenant ne se propage plus à toute la population. On a alors un désordre maximum. Par contre, dans le cas des voitures, trop augmenter le désordre produirait de plus en plus d'accidents, et bloquerait toute la circulation.

Pour différencier une phase ordonnée avec du désordre, (mais où la brisure de symétrie persiste), d'une phase désordonnée (sans symétrie brisée), il suffit de renverser les "couleurs" respectives de chacun. Si la couleur d'ensemble du groupe a changée (passée d'un excès de vert à un excès de rouge, ou vice versa), c'est que la symétrie est brisée. Par contre si elle reste globalement la même (mi-vert, mi-rouge) alors la symétrie n'est pas brisée.

On peut d'ailleurs mesurer le degré de la brisure de symétrie par un paramètre, le paramètre d'ordre. Il est égal à un, l'ordre est total, totalitaire, lorsque on est à température nulle. Et il va diminuer vers zéro en fonction de l'augmentation de température. Il va d'abord décroître lentement, puis de plus en plus vite, pour finalement s'annuler, à une certaine valeur T_c de la température, appelée la température critique du système. Elle varie d'un système à un autre. Au delà de la température critique T_c , le paramètre d'ordre reste nul, quelle que soit la valeur de la température.

Dans le cas des chemises, le paramètre d'ordre est naturellement égal au nombre de chemises rouges moins le nombre de chemises vertes, divisé par le nombre total d'individus. À prix égal de couleur, ce nombre est donc égal à $+1$. Une baisse uniquement du vert le ramène à -1 . Par contre des soldes mobiles et volantes le font décroître de $+1$ vers zéro, qu'il atteint dans la phase désordonnée, pour une certaine baisse de prix.

À des températures T inférieures à T_c , pour des transitions du deuxième ordre, le paramètre d'ordre se comporte proportionnellement à une puissance de la distance en température à T_c . Il est proportionnel à $(T_c - T)^\beta$, où β est appelé un exposant critique. Il a été remarquable de constater, et de prouver, que ce comportement en loi de puissance est universel. En effet, la valeur de β est identique pour un grand nombre de systèmes physiques de nature très différente, comme par exemple un liquide à son point d'ébullition, ou un aimant qui chauffe au point de perdre son aimantation. Par contre la valeur de T_c , elle, varie d'un système à l'autre. Ce caractère d'universalité montre que ce qui est en jeu, réside dans l'aspect "comportement collectif" du système, et non pas dans ses "propriétés intrinsèques" comme par exemple la nature de ces interactions. Certains physiciens tentent d'ailleurs d'étendre cette universalité des transitions de phase à certaines classes de phénomènes sociaux et économiques.

Au point très précis où le paramètre d'ordre s'annule, il se passe des choses surprenantes. On a y trouvé en effet que chaque élément du système

est corrélé, c'est à dire en communication, avec tous les autres éléments du même système, et cela même si ce dernier est de taille infinie. Un individu qui change de couleur va donc influencer tous les autres, et vice versa. Cela à tel point que pour un individu donné, la situation pourrait sembler comme “mystique” (c'est une image).

On assiste alors à des fluctuations géantes de couleur, qui sont simultanées avec des fluctuations minuscules. Cette coexistence d'une multitude d'échelles de longueur produit, ce que l'on appelle une “invariance d'échelle”. Quel que soit le niveau auquel on regarde ce qui se passe, c'est toujours exactement identique. C'est comme si on regardait un paysage à l'oeil nu, au microscope, ou avec un zoom géant, et que l'image ne changeait pas, ce qui est tout même extraordinaire. Ce sont par exemple, les fluctuations de densité, à toutes les échelles d'un liquide à son point critique, qui donnent le phénomène expérimental de l'opalescence critique, où de la lumière envoyée sur le liquide est si fortement diffusée, qu'il semble tout entier s'illuminer.

De plus, lorsque la température s'approche du point critique, qu'elle lui soit supérieure, ou inférieure, le système dans son ensemble réagit massivement à toute perturbation extérieure qui voudrait briser sa symétrie. Par exemple, un tout petit champ magnétique va aligner dans sa direction tous les spins d'un morceau de fer. Autrement dit, le nombre d'individus susceptibles de réagir à une petite perturbation extérieure qui brise la symétrie, est infinie. Il y a donc ce que l'on appelle une divergence de la fonction réponse

du système, en l'occurrence, sa susceptibilité devient infinie au point critique. Elle diminue de part et d'autre de T_c .

Là encore on retrouve une propriété d'universalité similaire à celle du paramètre d'ordre. sur la façon dont se fait cette divergence. Au voisinage de T_c , et de part et d'autre, la susceptibilité diverge comme $(T_c - T)^{-\gamma}$. La valeur de l'exposant γ , différente de celle de β , est aussi comme elle, universelle, c'est à dire qu'elle est la même pour toute une classe de systèmes physiques de natures différentes.

La vente des chemises s'intégrant ou non dans la classe d'universalité des systèmes magnétiques est une question encore ouverte, qui d'ailleurs n'a pas été posée. Et donc, l'objectif de cet article n'était pas d'y répondre, mais plutôt de faire saisir quelques mécanismes essentiels des transitions de phase, à partir d'une petite métaphore sociale.